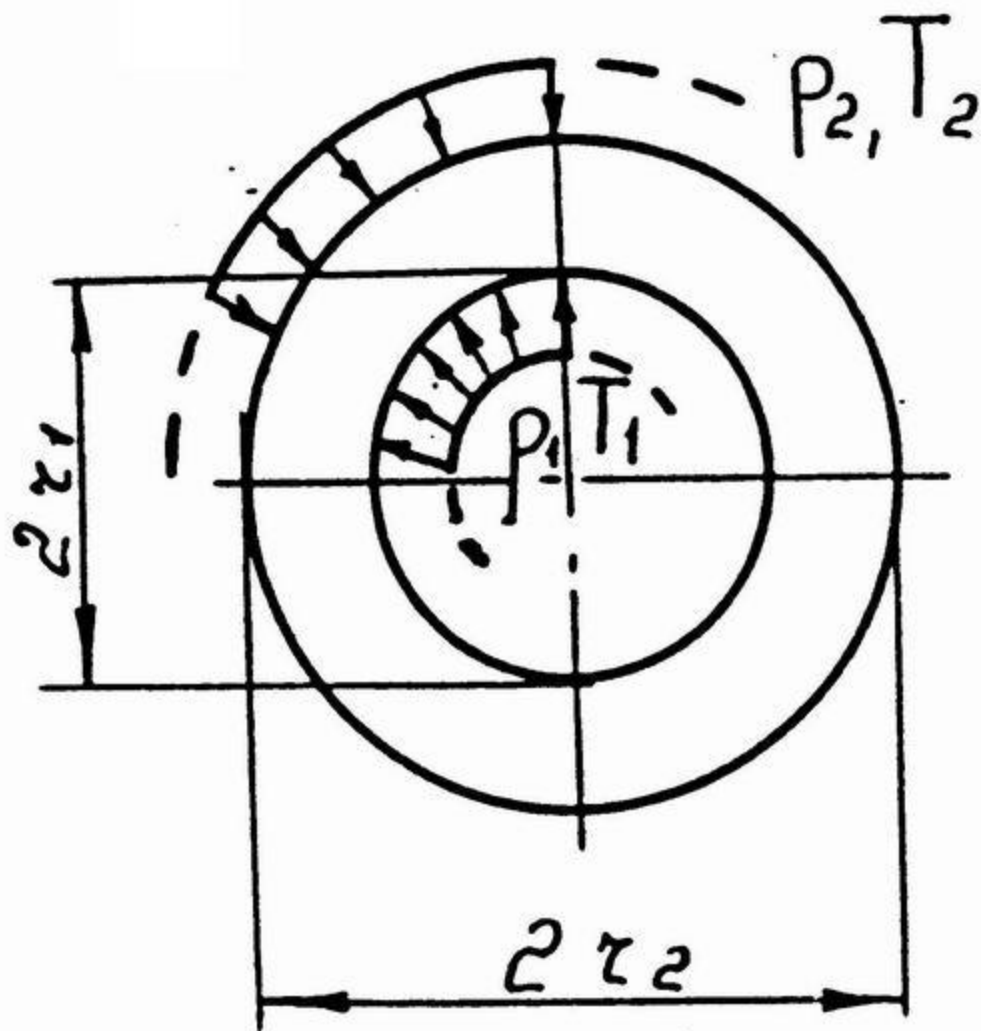


5.



## Исходные данные

Внутренний радиус:  $r_1 := 17 \text{ см}$

Наружный радиус:  $r_2 := 21 \text{ см}$

Внутреннее давление:  $P_1 := 8 \text{ МПа}$

Внешнее давление:  $P_2 := 1 \text{ МПа}$

Температура:  $T_1 := 170 \text{ }^\circ\text{C}$      $T_2 := 120 \text{ }^\circ\text{C}$

Выбираю сталь 15К

Модуль упругости:  $E := 200 \text{ ГПа}$

Коэффициент Пуассона:  $\mu := 0.3$

Предел текучести:  $\sigma_T := 176 \text{ МПа}$

Температурный коэффициент линейного расширения:  $\alpha_T := 1.25 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{\text{K}}$

## Решение

Разность температуры:  $\Delta T := (T_1 - T_2) \cdot \text{K}$      $\Delta T = 50 \text{ K}$

Температурное поле:  $T(r) := T_2 + \Delta T \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{r_2}\right)}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}$

Температурные напряжения в стенке трубы:

$$\sigma_{r_t}(r) := -\frac{\alpha_T \Delta T E}{2(1-\mu) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left[ \ln\left(\frac{r_2}{r}\right) + \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 - \frac{r_2^2}{r^2}\right) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right]$$

$$\sigma_{\theta_t}(r) := \frac{\alpha_T \Delta T E}{2(1-\mu) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left[ 1 - \ln\left(\frac{r_2}{r}\right) + \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 + \frac{r_2^2}{r^2}\right) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right]$$

$$\sigma_{z_t}(r) := \frac{\alpha_T \Delta T E}{2(1-\mu) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left( 1 - 2 \ln\left(\frac{r_2}{r}\right) - 2 \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right)$$

$$r := r_1, r_1 + 0.4 \text{ см}, r_2$$

r =	$\sigma_r_t(r) =$	$\sigma_{\theta_t}(r) =$	$\sigma_{z_t}(r) =$
0.17	-2.346·10 <sup>-14</sup> МПа	762.057 МПа	-95.556 МПа
0.174	-1.946	760.11	-75.902
0.178	-3.331	758.725	-56.695
0.182	-4.213	757.843	-37.915
0.186	-4.644	757.413	-19.543
0.19	-4.669	757.388	-1.562
0.194	-4.329	757.727	16.044
0.198	-3.662	758.395	33.291
0.202	-2.699	759.358	50.193
0.206	-1.469	760.587	66.764
0.21	-1.926·10 <sup>-14</sup>	762.057	83.015

Напряжения в стенках трубы от действия давления:

$$\sigma_{\theta_d}(r) := \frac{P_1 r_1^2 - P_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{(P_1 - P_2) r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r^2}$$

Суммарные напряжения:

$$\sigma_{z_\Sigma}(r) := \sigma_{z_t}(r)$$

$$\sigma_{r_d}(r) := \frac{P_1 r_1^2 - P_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{(P_1 - P_2) r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$\sigma_{r_\Sigma}(r) := \sigma_{r_t}(r) + \sigma_{r_d}(r) \quad \sigma_{\theta_\Sigma}(r) := \sigma_{\theta_t}(r) + \sigma_{\theta_d}(r)$$

$\sigma_{r_d}(r) =$	$\sigma_{\theta_d}(r) =$	$\sigma_{r_\Sigma}(r) =$	$\sigma_{\theta_\Sigma}(r) =$	$\sigma_{z_\Sigma}(r) =$
-8 МПа	32.618 МПа	-8 МПа	794.675 МПа	-95.556 МПа
-7.077	31.695	-9.023	791.806	-75.902
-6.215	30.834	-9.547	789.559	-56.695
-5.41	30.029	-9.623	787.872	-37.915
-4.656	29.275	-9.3	786.688	-19.543
-3.949	28.568	-8.618	785.956	-1.562
-3.286	27.904	-7.615	785.632	16.044
-2.662	27.281	-6.324	785.676	33.291
-2.075	26.693	-4.774	786.052	50.193
-1.522	26.14	-2.991	786.728	66.764
-1	25.618	-1	787.675	83.015

Опасной является точка на внутренней поверхности стенки трубопровода. Определим в ней эквивалентные напряжения по Мизесу:

$$\sigma_1(r) := \sigma_{\theta_\Sigma}(r) \quad \sigma_2(r) := \sigma_{z_\Sigma}(r) \quad \sigma_3(r) := \sigma_{r_\Sigma}(r)$$

$$\sigma_{\text{экв\_Миз}}(r) := \sqrt{\sigma_1(r)^2 + \sigma_2(r)^2 + \sigma_3(r)^2 - (\sigma_1(r)\sigma_2(r) + \sigma_1(r)\sigma_3(r) + \sigma_2(r)\sigma_3(r))} \quad \sigma_{\text{экв\_Миз}}(r_1) = 849.8 \text{ МПа}$$

Нормативный коэффициент запаса прочности:  $n_{\text{Миз}} := \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{экв\_Миз}}(r_1)} \quad n_{\text{Миз}} = 0.207$

Опасной является точка на внутренней поверхности трубопровода. Эквивалентные напряжения в ней по Сен-Венану:

$$\sigma_{\text{экв\_СВ}}(r) := \sigma_1(r) - \sigma_3(r) \quad \sigma_{\text{экв\_СВ}}(r_1) = 802.7 \text{ МПа}$$

Нормативный коэффициент запаса прочности:  $n_{\text{СВ}} := \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{экв\_СВ}}(r_1)} \quad n_{\text{СВ}} = 0.219$

Трубопровод не удовлетворяет ни условиям прочности Мизеса, ни условиям прочности по Сен-Венану.

Выбираю более прочный материал для трубопровода:

Сталь 50X    Модуль упругости:  $E := 207 \text{ ГПа}$

Коэффициент Пуассона:  $\mu := 0.3$

Предел текучести:  $\sigma_T := 1520 \text{ МПа}$

Температурный коэффициент линейного расширения:  $\alpha_T := 1.3 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{\text{K}}$

Температурные напряжения в стенке трубы:

$$\sigma_{r_t}(r) := -\frac{\alpha_T \Delta T E}{2(1-\mu) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left[ \ln\left(\frac{r_2}{r}\right) + \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 - \frac{r_2^2}{r^2}\right) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right]$$

$$\sigma_{\theta_t}(r) := \frac{\alpha_T \Delta T E}{2(1-\mu) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left[ 1 - \ln\left(\frac{r_2}{r}\right) + \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 + \frac{r_2^2}{r^2}\right) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right]$$

$$\sigma_{z_t}(r) := \frac{\alpha_T \Delta T E}{2(1-\mu) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left( 1 - 2 \ln\left(\frac{r_2}{r}\right) - 2 \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right)$$

$$r := r_1, r_1 + 0.4 \text{ см}, r_2$$

r =	$\sigma_r_t(r) =$	$\sigma_{\theta_t}(r) =$	$\sigma_{z_t}(r) =$
0.17	-2.525·10 <sup>-14</sup> МПа	820.278 МПа	-102.857 МПа
0.174	-2.095	818.183	-81.701
0.178	-3.586	816.692	-61.027
0.182	-4.535	815.743	-40.812
0.186	-4.999	815.279	-21.036
0.19	-5.026	815.252	-1.682
0.194	-4.66	815.618	17.27
0.198	-3.941	816.336	35.834
0.202	-2.905	817.373	54.028
0.206	-1.582	818.696	71.864
0.21	-2.073·10 <sup>-14</sup>	820.278	89.358

Напряжения в стенках трубы от действия давления:

$$\sigma_{\theta_d}(r) := \frac{P_1 r_1^2 - P_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{(P_1 - P_2) r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r^2}$$

Суммарные напряжения:

$$\sigma_{z_\Sigma}(r) := \sigma_{z_t}(r)$$

$$\sigma_{r_d}(r) := \frac{P_1 r_1^2 - P_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{(P_1 - P_2) r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$\sigma_{r_\Sigma}(r) := \sigma_{r_t}(r) + \sigma_{r_d}(r) \quad \sigma_{\theta_\Sigma}(r) := \sigma_{\theta_t}(r) + \sigma_{\theta_d}(r)$$

$\sigma_{r_d}(r) =$	$\sigma_{\theta_d}(r) =$	$\sigma_{r_\Sigma}(r) =$	$\sigma_{\theta_\Sigma}(r) =$	$\sigma_{z_\Sigma}(r) =$
-8 МПа	32.618 МПа	-8 МПа	852.896 МПа	-102.857 МПа
-7.077	31.695	-9.172	849.878	-81.701
-6.215	30.834	-9.801	847.526	-61.027
-5.41	30.029	-9.945	845.771	-40.812
-4.656	29.275	-9.655	844.554	-21.036
-3.949	28.568	-8.975	843.82	-1.682
-3.286	27.904	-7.946	843.522	17.27
-2.662	27.281	-6.608	843.617	35.834
-2.075	26.693	-4.98	844.067	54.028
-1.522	26.14	-3.103	844.837	71.864
-1	25.618	-1	845.896	89.358

Опасной является точка на внутренней поверхности стенки трубопровода. Определим в ней эквивалентные напряжения по Мизесу:

$$\sigma_1(r) := \sigma_{\theta_\Sigma}(r) \quad \sigma_2(r) := \sigma_{z_\Sigma}(r) \quad \sigma_3(r) := \sigma_{r_\Sigma}(r)$$

$$\sigma_{\text{экв\_Миз}}(r) := \sqrt{\sigma_1(r)^2 + \sigma_2(r)^2 + \sigma_3(r)^2 - (\sigma_1(r)\sigma_2(r) + \sigma_1(r)\sigma_3(r) + \sigma_2(r)\sigma_3(r))} \quad \sigma_{\text{экв\_Миз}}(r_1) = 912 \text{ МПа}$$

Нормативный коэффициент запаса прочности:  $n_{\text{Миз}} := \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{экв\_Миз}}(r_1)} \quad n_{\text{Миз}} = 1.667$

Опасной является точка на внутренней поверхности трубопровода. Эквивалентные напряжения в ней по Сен-Венану:

$$\sigma_{\text{экв\_СВ}}(r) := \sigma_1(r) - \sigma_3(r) \quad \sigma_{\text{экв\_СВ}}(r_1) = 860.9 \text{ МПа}$$

Нормативный коэффициент запаса прочности:  $n_{\text{СВ}} := \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{экв\_СВ}}(r_1)} \quad n_{\text{СВ}} = 1.766$

Трубопровод удовлетворяет условиям прочности Мизеса, и условиям прочности по Сен-Венану.

## Эпюры напряжений

