Расчёт параметров течения в сопле Лаваля.

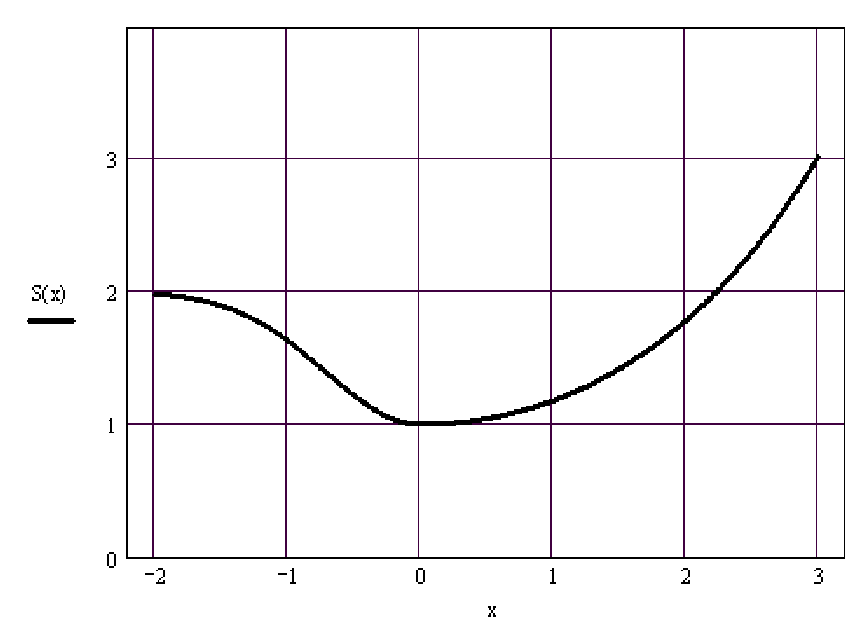
1.Геометрия сопла Лаваля.

Вариант 14

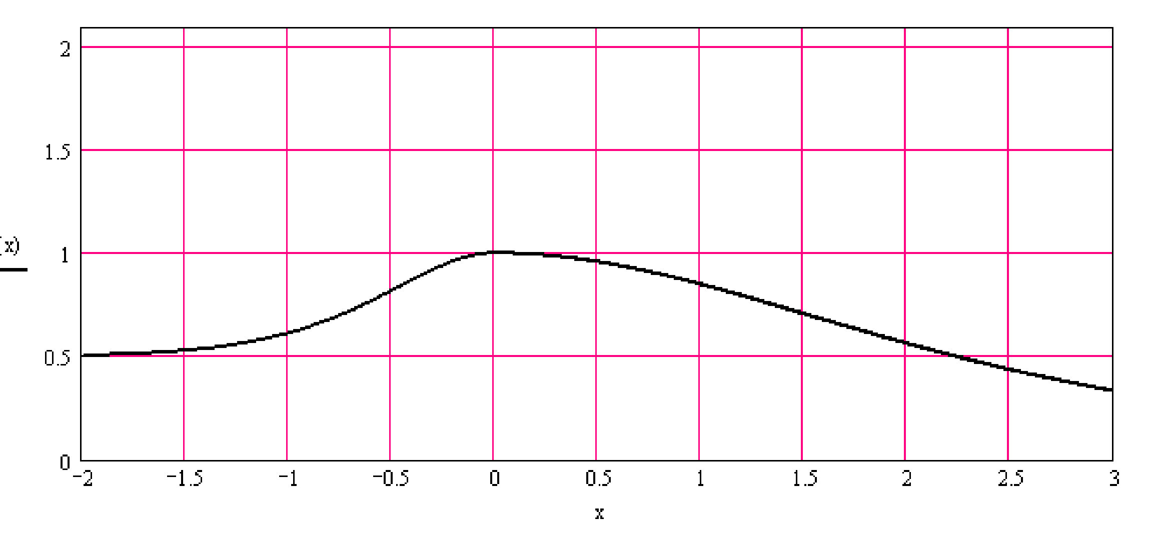
$\kappa := 1.4$ $\quad P_0 := 12\cdot 10^5$ $\quad T_0 := 800$ $\quad R := 287.1$

$$S1(x) := 2 - e^{-x^2} \qquad S2(x) := \frac{e^{\frac{1\cdot x}{\sqrt[5]{14}}} + e^{\frac{-1\cdot x}{\sqrt[5]{14}}}}{2}$$

$$S(x) := \begin{cases} S1(x) & \text{if } -2 \le x \le 0 \\ S2(x) & \text{if } 0 \le x \le 3 \end{cases}$$



$$q(x) := \frac{1}{S(x)}$$



До значения x равного 0, чем меньше q, тем меньше λ; при x больше 0, значение λ возрастает с увеличением x и больше 1.

Найти грницу возможных чисел λ:

Первое приближение: $\quad \lambda_1 := 0.5 \quad \lambda_2 := 0.5 \quad \lambda_3 := 100$

Т.к. в первом приближении λ1 меньше 1, а λ3 больше 1, то и выдавать ответы маткад будет: λ1 меньше 1, а λ3 больше 1.

Given

$$q(-2) = \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\cdot\lambda_1^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\lambda_1$$

$$q(0) = \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\cdot\lambda_2^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\lambda_2 \qquad q(3) = \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\cdot\lambda_3^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\lambda_3$$

$$\mathrm{Find}(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3) = \begin{pmatrix} 0.3354 \\ 1 \\ 1.87041 \end{pmatrix}$$

Следовательно $\quad \lambda_{min} = 0.3354 \qquad \lambda_{max} = 1.87041$

Найти значение λ в сечении при x=1 и x= -1:

Первое приближение: $\quad \lambda_1 := 0.5 \quad \lambda_2 := 100$

Given

$$q(-1) = \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\cdot\lambda_1^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\lambda_1 \qquad q(1) = \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\cdot\lambda_2^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\lambda_2$$

$$\mathrm{Find}(\lambda_1,\lambda_2) = \begin{pmatrix} 0.41823 \\ 1.36728 \end{pmatrix}$$

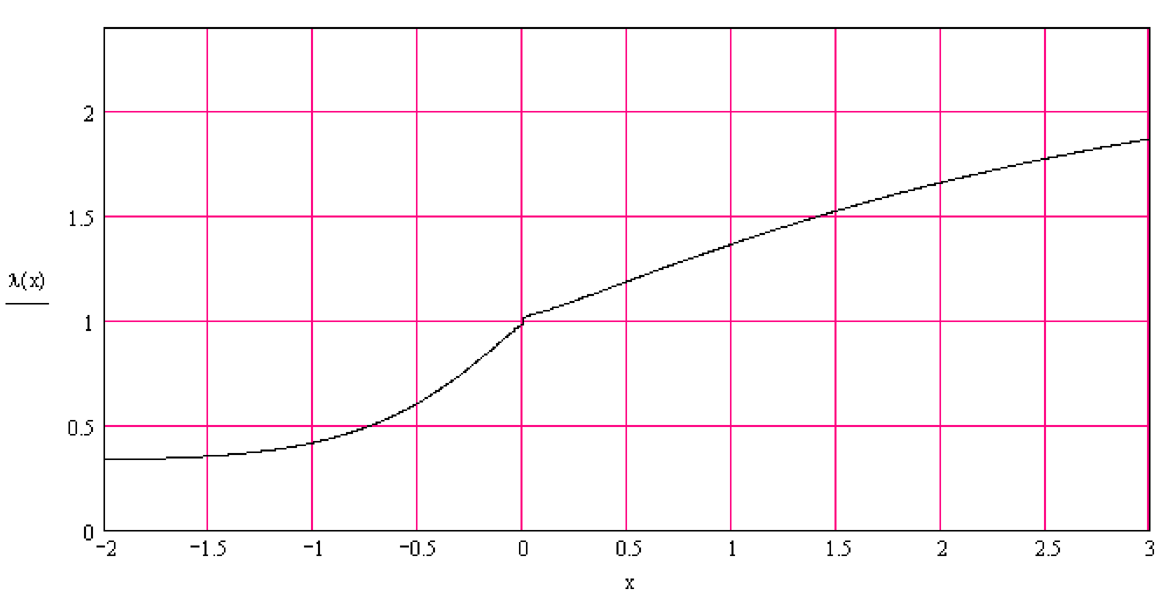
Следовательно , при x= -1 $\quad$ λ=0,41823

при x= 1 $\quad$ λ=1,36728

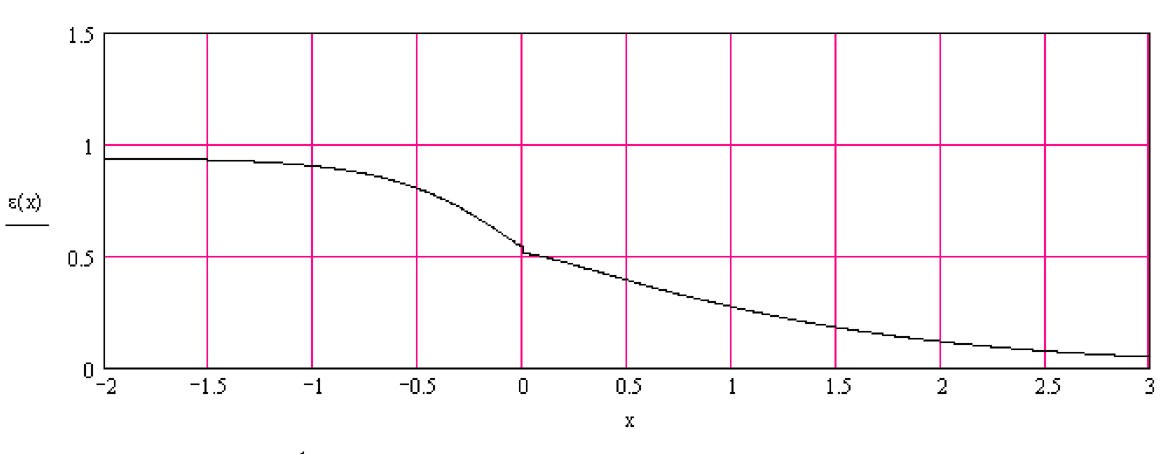
Построить изменение параметров ε,λ,τ при расчётном режиме (M=1):

$$H(x,\lambda) := q(x) - \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\cdot\lambda^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\lambda$$

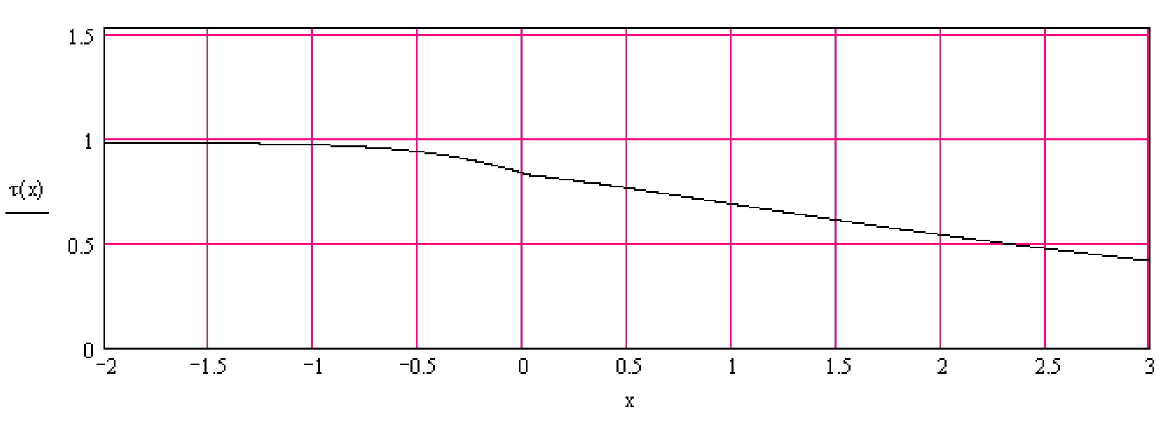
$$\lambda1(x) := \begin{vmatrix} \lambda0 \leftarrow 0 \\ \mathrm{root}(H(x,\lambda0),\lambda0) \end{vmatrix} \qquad \lambda(x) := \begin{cases} \lambda1(x) & \text{if } -2 \le x \le 0 \\ \lambda2(x) & \text{if } 0 \le x \le 3 \end{cases} \qquad \lambda2(x) := \begin{vmatrix} \lambda0 \leftarrow 1.09 \\ \mathrm{root}(H(x,\lambda0),\lambda0) \end{vmatrix}$$



$$M(x) := \lambda(x)\cdot\sqrt{\frac{2}{(\kappa+1)-(\kappa-1)\cdot\lambda(x)^2}} \qquad \varepsilon(x) := \frac{1}{\left(\frac{\kappa-1}{2}\cdot M(x)^2+1\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}$$



$$\tau(x) := \frac{1}{\left(\frac{\kappa-1}{2}M(x)^2+1\right)}$$



3. Построить изменение параметров ε, λ, τ при условии, что λ = λ1 - 0,05 в сечении X = -1

$\lambda3 := \lambda(-1) - 0.05 \qquad \lambda(-1) = 0.41816 \qquad \lambda3 = 0.36816$

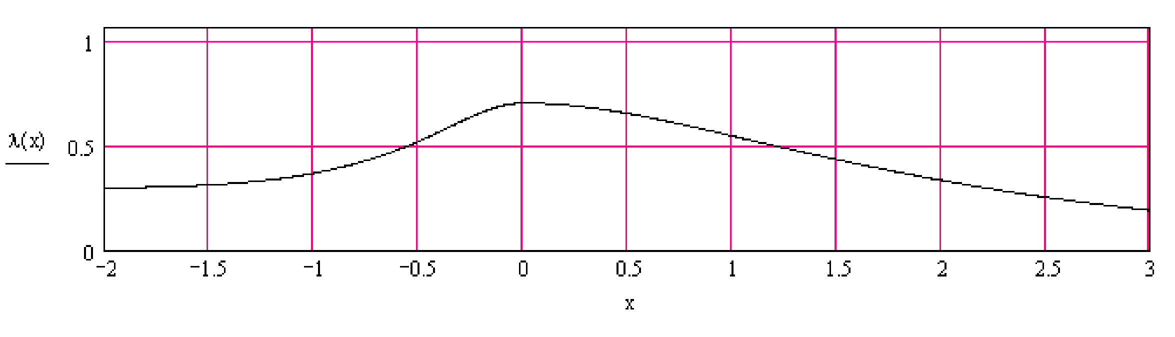
В этом случае мы имеем не расчётный режим течения, а режим трубы Вентури. Площадь минимального сечения не равна площади критического сечения

$$q3 := \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\left[1-\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\cdot(\lambda3)^2\right]^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\lambda3 \qquad q3 = 0.5485$$

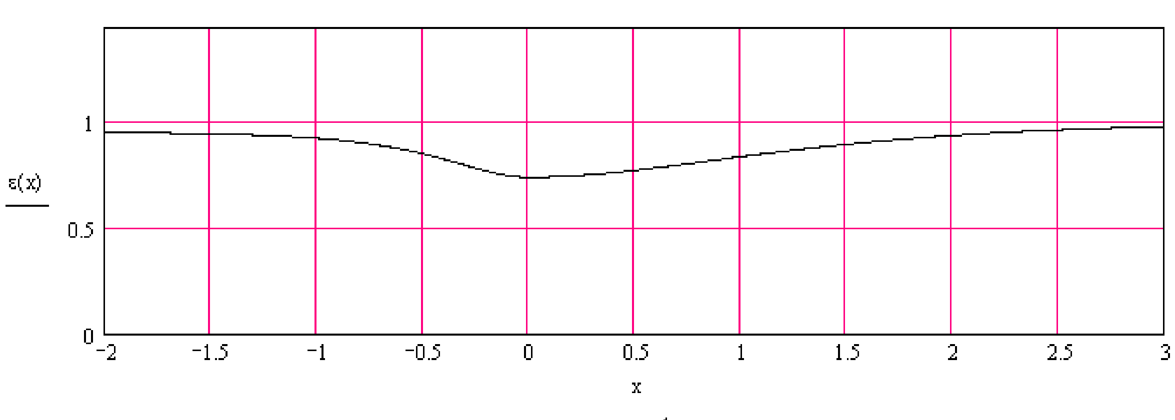
$q(x) := \frac{q3\cdot S(-1)}{S(x)}$ - новая зависимость q от площади сечения сопла (режим трубы Вентури)

Построим график зависимости λ от X:

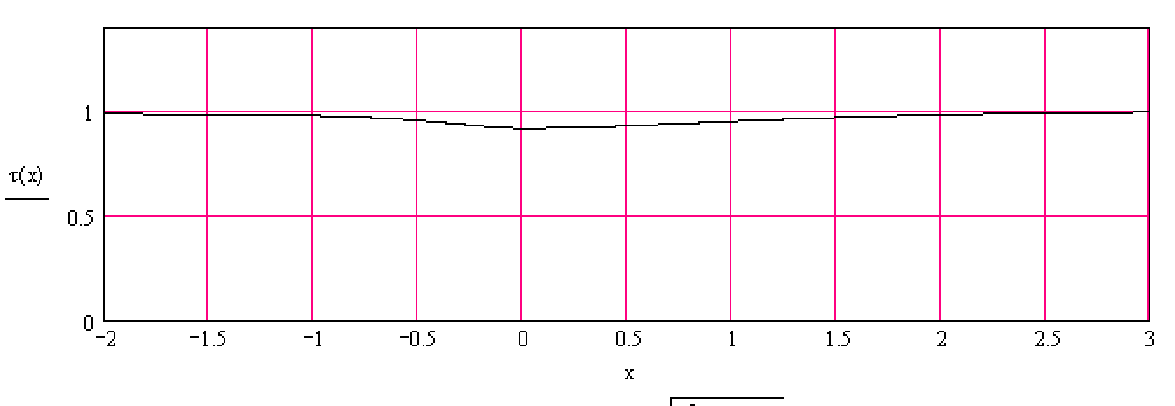
$$H(x,\lambda) := q(x) - \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\cdot\lambda^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\lambda \qquad \lambda(x) := \begin{vmatrix} \lambda0 \leftarrow 0 \\ \mathrm{root}(H(x,\lambda0),\lambda0) \end{vmatrix}$$



$$M(x) := \lambda(x)\cdot\sqrt{\frac{2}{(\kappa+1)-(\kappa-1)\cdot\lambda(x)^2}} \qquad \varepsilon(x) := \frac{1}{\left(\frac{\kappa-1}{2}\cdot M(x)^2+1\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}$$



$$\tau(x) := \frac{1}{\left(\frac{\kappa-1}{2}M(x)^2+1\right)}$$



Определить расход вещества в заданном режиме: $\quad a_{krit} := \sqrt{\frac{2\cdot\kappa}{\kappa+1}\cdot R\cdot T_0}$

$$\rho_0 := \frac{P_0}{R\cdot T_0} \qquad \rho(x) := \frac{\rho_0}{\left(\frac{\kappa-1}{2}M(x)^2+1\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}} \qquad u(x) := \lambda(x)\cdot a_{krit}$$

$\rho(-1) = 4.93461 \qquad S(-1) = 1.63212 \qquad u(-1) = 190.56392$

$m := \rho(-1)\cdot u(-1)\cdot S(-1) \qquad m = 1534.7801 \ \frac{кг}{с}$

4. Рассчитать ε, λ, τ вдоль сопла, при условии что в сечении при X = 2 имеет место прямой скачок:

$$q(x) := \frac{1}{S(x)} \qquad H(x,\lambda) := q(x) - \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\cdot\lambda^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\lambda$$

$$\lambda1(x) := \begin{vmatrix} \lambda0 \leftarrow 0 \\ \mathrm{root}(H(x,\lambda0),\lambda0) \end{vmatrix} \qquad \lambda2(x) := \begin{vmatrix} \lambda0 \leftarrow 1.09 \\ \mathrm{root}(H(x,\lambda0),\lambda0) \end{vmatrix}$$

$$\lambda(x) := \begin{cases} \lambda1(x) & \text{if } -2 \le x \le 0 \\ \lambda2(x) & \text{if } 0 \le x \le 2 \end{cases}$$

$\lambda(2) = 1.66051$ - значение λ перед скачком $\qquad \frac{1}{\lambda(2)} = 0.60222$ - значение λ после скачка

По λ2 находим значение ε2 после скачка :

$$M2 := \frac{1}{\lambda(2)}\cdot\sqrt{\frac{2}{(\kappa+1)-(\kappa-1)\cdot\left(\frac{1}{\lambda(2)}\right)^2}} \qquad \varepsilon2 := \frac{1}{\left[\frac{\kappa-1}{2}\cdot(M2)^2+1\right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}} \qquad \varepsilon2 = 0.80395$$

Находим потери давления полного торможения :

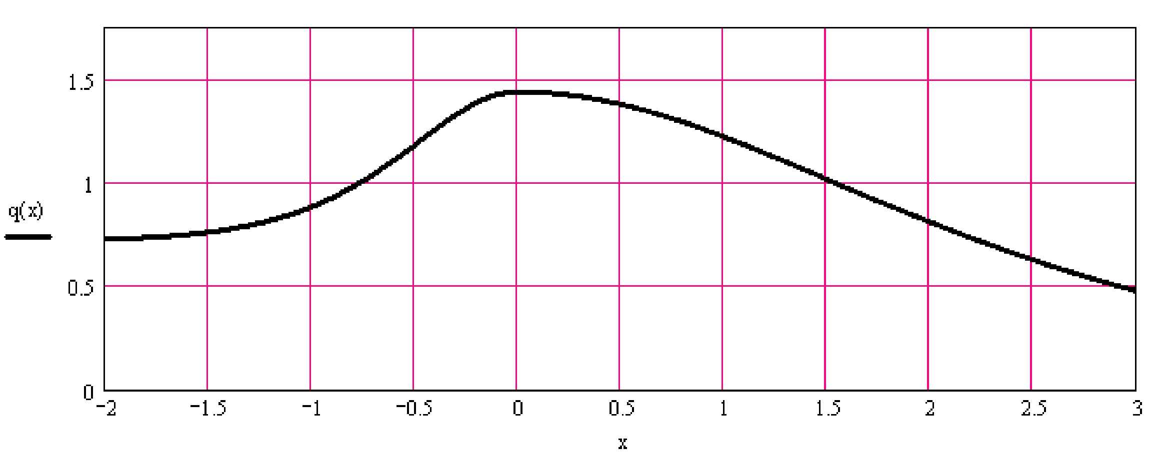
$$q2 := \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\left[1-\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\cdot\left(\frac{1}{\lambda(2)}\right)^2\right]^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\frac{1}{\lambda(2)} \qquad q1 := \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\cdot\lambda(2)^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\lambda(2) \qquad q1 = 0.56245$$

$q2 = 0.81286 \qquad P_{01} := P_0$

$\varepsilon_{0штрих} := \frac{q1}{q2} \qquad \varepsilon_{0штрих} = 0.69194 \qquad P_{02} := \varepsilon_{0штрих}\cdot P_{01} \qquad P_{02} = 8.30325\times 10^5$

$$n := \lambda(2)^2\cdot\left[\frac{(\kappa+1)-(\kappa-1)\cdot\lambda(2)^2}{(\kappa+1)-\frac{(\kappa-1)}{\lambda(2)^2}}\right]^{\frac{1}{\kappa-1}} \qquad n = 0.69194 \qquad \frac{P_{02}}{P_{01}} = 0.69194$$

$$q(x) := \frac{P_{01}}{P_{02}}\cdot\frac{S(0)}{S(x)}$$



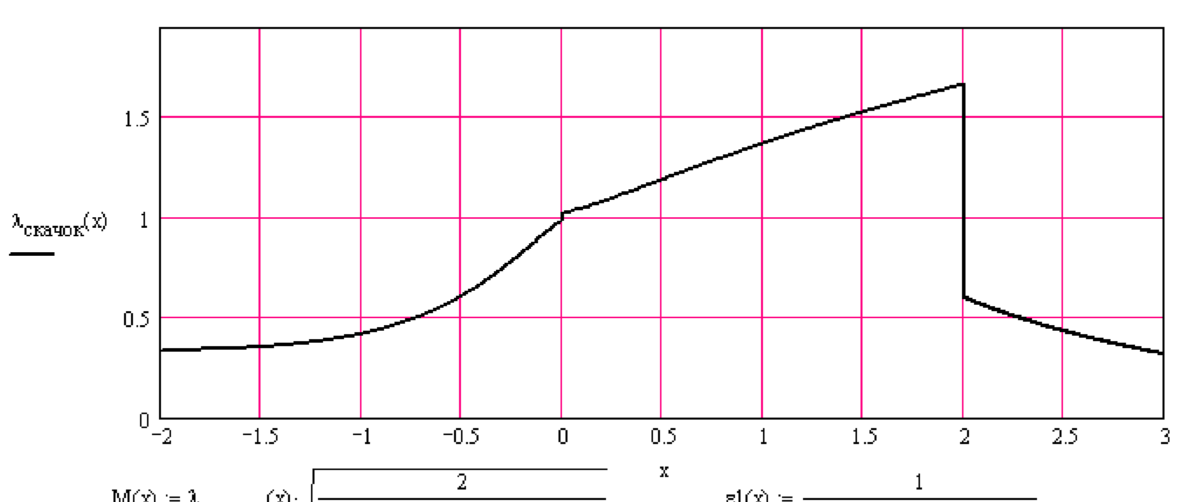
$$q(x) := \frac{1}{S(x)} \qquad H(x,\lambda) := q(x) - \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\cdot\lambda^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\lambda$$

$$\lambda1(x) := \begin{vmatrix} \lambda0 \leftarrow 0 \\ \mathrm{root}(H(x,\lambda0),\lambda0) \end{vmatrix} \qquad \lambda2(x) := \begin{vmatrix} \lambda0 \leftarrow 1.09 \\ \mathrm{root}(H(x,\lambda0),\lambda0) \end{vmatrix}$$

$$\lambda(x) := \begin{cases} \lambda1(x) & \text{if } -2 \le x \le 0 \\ \lambda2(x) & \text{if } 0 \le x \le 2 \end{cases} \qquad q(x) := \frac{P_{01}}{P_{02}}\cdot\frac{S(0)}{S(x)}$$

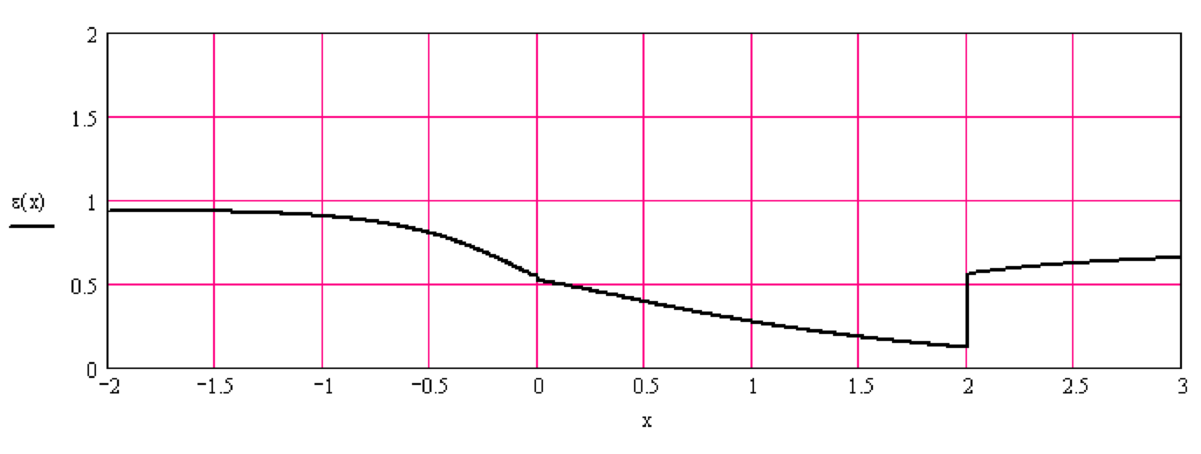
$$H(x,\lambda) := q(x) - \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\cdot\lambda^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\cdot\lambda$$

$$\lambda3(x) := \begin{vmatrix} \lambda0 \leftarrow 0 \\ \mathrm{root}(H(x,\lambda0),\lambda0) \end{vmatrix} \qquad \lambda_{скачок}(x) := \begin{cases} \lambda(x) & \text{if } -2 \le x \le 2 \\ \lambda3(x) & \text{if } 2 < x \le 3 \end{cases}$$

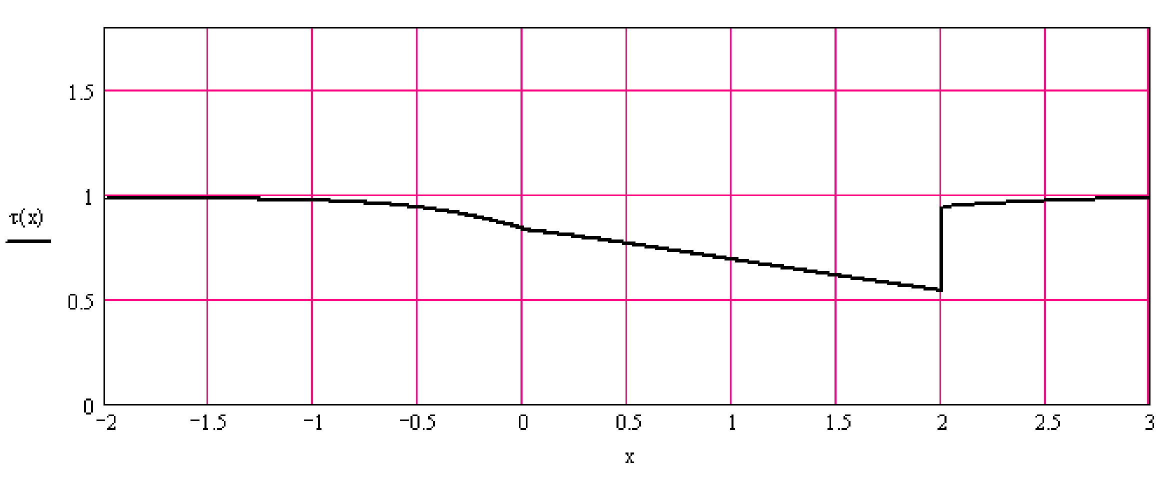


$$M(x) := \lambda_{скачок}(x)\cdot\sqrt{\frac{2}{(\kappa+1)-(\kappa-1)\cdot\lambda_{скачок}(x)^2}} \qquad \varepsilon1(x) := \frac{1}{\left(\frac{\kappa-1}{2}\cdot M(x)^2+1\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}$$

$$\varepsilon_{скачка}(x) := \frac{1}{\left(\frac{\kappa-1}{2}\cdot M(x)^2+1\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}\cdot\frac{P_{02}}{P_0} \qquad \varepsilon(x) := \begin{cases} \varepsilon1(x) & \text{if } -2 \le x \le 2 \\ \varepsilon_{скачка}(x) & \text{if } 2 < x \le 3 \end{cases}$$



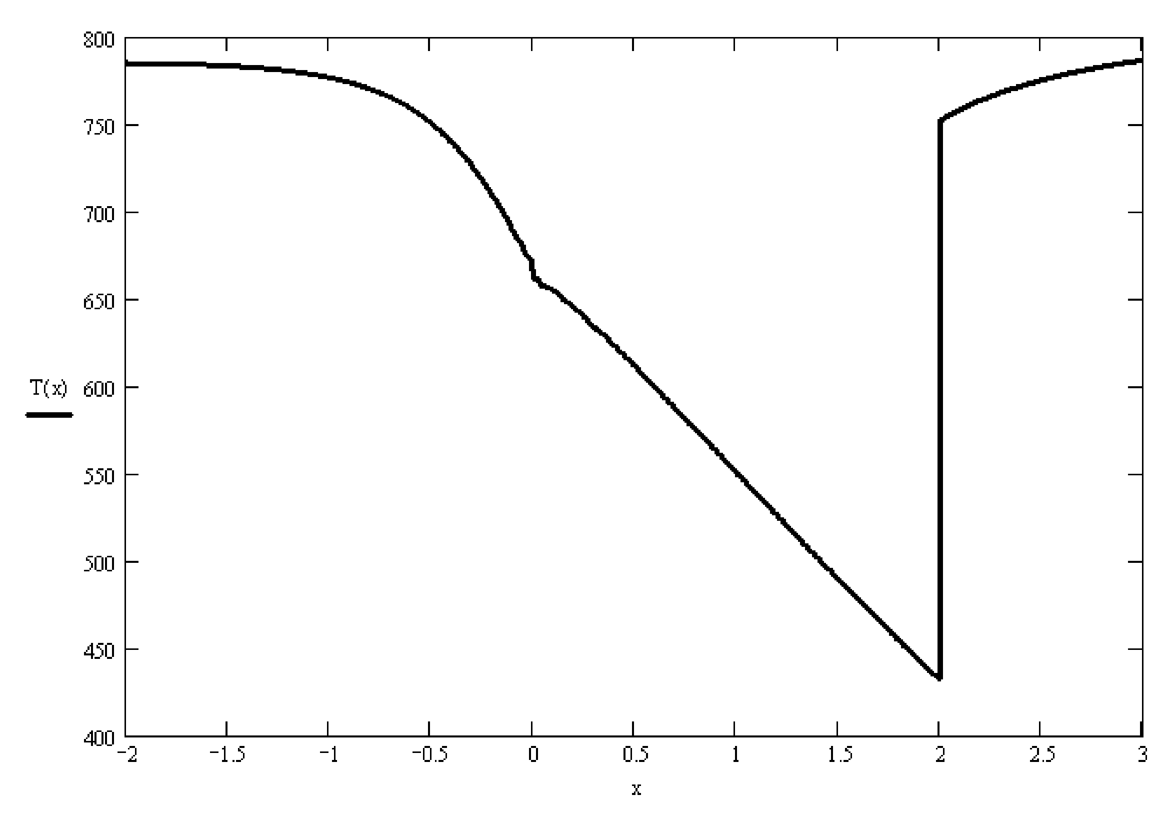
$$\tau(x) := \frac{1}{\left(\frac{\kappa-1}{2}M(x)^2+1\right)}$$



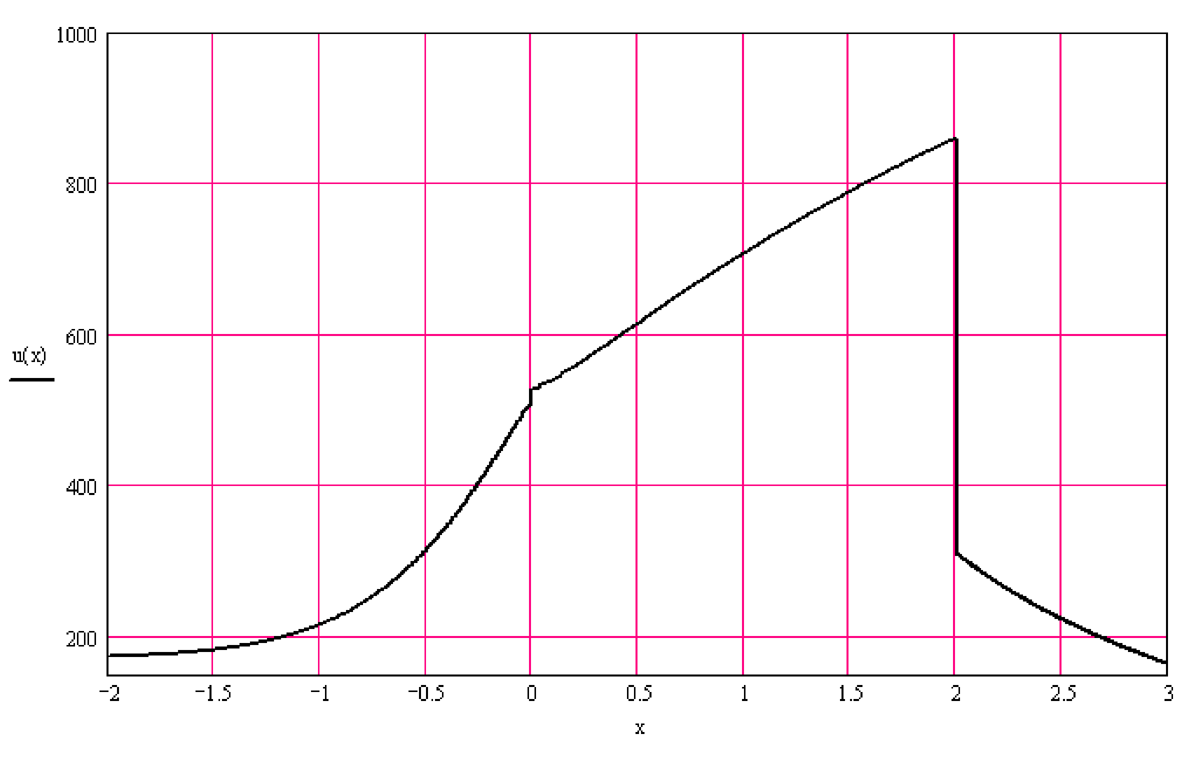
Найти P, u, T рабочего вещества за скачком:

$P_{02} = 8.30325\times 10^5$ Па $\qquad$ Расчёт P2 : $\quad P_2 := \varepsilon2\cdot P_{02} \qquad P_2 = 6.67537\times 10^5$ Па

Зависимость температуры от координаты X : $\quad T(x) := \tau(x)\cdot T_0$



$$u(x) := \lambda_{скачок}(x)\cdot a_{krit}$$



$u(2) = 859.56243 \ \frac{м}{с} \qquad u(2.000001) = 311.04862 \ \frac{м}{с} \qquad u(3) = 163.80112 \ \frac{м}{с}$